Παρασκευή 1 Νοε. 2019
Μαθημα 1ο

Θεωρία Αυτομάτων και Τυπικών Γλωσσών

Κεφάλαιο 1ο Θεωρία Αυτομάτων
Κεφάλαιο 2ο Θεωρία Υπολογισιμότητας
Κεφάλαιο 3ο Θεωρία Υπολογιστικής Πολυπλοκότητας

Εισαγωγή στην Θεωρία Αυτομάτων

Η Θεωρία αυτομάτων ασχολείται με τις ιδιότητες μαθηματικών μοντελων υπολογισμού
Ένα αυτόματο είναι μια στοιχειώδης υπολογιστική μηχανή η οποια εχει την δυνατοτητα να αναγνωρίζει τυπικές γλώσσες.

πχ ο αυτοματος πωλητης.
Τα αυτοματα είναι χρήσιμα σε διαφορες περιοχες της πληροφορικης κ.τλ.
πχ μεταγλωττιστες, Hardware, γλωσσες προγραμματισμου

Εισαγωγή στην Θεωρία Υπολογισιμότητας

Η Θεωρία Υπολογισιμότητας εξετάζει ποια προβλήματα μπορούν να λυθούν απο έναν υπολογιστή και ποια όχι.
Μας προσφέρει τα Μαθηματικά εργαλεία για να αποδείξουμε ότι ενα πρόβλημα δεν είναι επιλύσιμο.

Εισαγωγή στην Θεωρία Υπολογιστικής Πολυπλοκότητας.

Η Θεωρία Υπολογιστικής Πολυπλοκότητας συγγενεύει στενά με τη θεωρία Πολυπλοκότητας
Το ζητούμενο είναι να κατατάξουμε ενα προβλημα επιλύσιμο ή μη επιλύσιμο.

"Αλφάβητα και Γλώσσες:"

Ορισμός: Αλφάβητο είναι καθε πεπερασμένο μη κενο σύνολο
Τα μελη του ονομάζονται σύμβολα ή γράμματα

πχ $\Sigma_1=\{0,1\}$

$\Sigma_2=\{a,b,\dots,\omega\}$

Ορισμός: Συμβολοσειρά ενός αλφαβήτου Σ είναι μια πεπερασμένη ακολουθία του συμβόλου Σ.

Πχ Αν $\Sigma = \{0,1,2\}$

Μια συμβολοσειρά θα μπορούσε να είναι 010011

Ορισμός: Συμβολοσειρά μήκους 0 ορίζουμε τη κενή συμβολοσειρά και θα τη συμβολίζουμε με ε.

Το σύνολο των Συμβολοσειρών μήκους κ το συμβολίζουμε με Σ^k

Πχ $\{0,1\}^2 = \{00, 01, 10, 11\}$

$\{0,1\}^3 = \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$

Το σύνολο των συμβολοσειρών του Σ το συμβολίζουμε Σ^*

Πχ $\{0,1\}^* = \{\varepsilon, 0, 1, 00, 10, 01, 11, \dots, \infty\}$

Παράδειγμα: Γράψε μια συμβολοσειρά που να έχει τουλάχιστον έναν άσσο.

Απαντηση: 11^*

Επεξήγηση: Αν έβαζα το 1^* θα μπορούσε να είναι το ε (κενό)

"Πράξεις με Συμβολοσειρές"

Παράθεση: Η παράθεση δυο συμβολοσειρών x και y είναι η συμβολοσειρά xy ή $x \circ y$

Πχ $x = 011$ και $y = 1001$ τότε $xy = 0111001$.

Επανάληψη: Αν ω είναι μια συμβολοσειρά τότε ω^k αποτελεί την παράθεση κ-αντιγράφων.

Πχ $(01)^3 = 010101$

Αντιστροφη: Η αντίστροφη μίας συμβολοσειράς ω συμβολίζεται με ω^R και προκύπτει αν διαβάσουμε το ω από το τέλος στην αρχή.

Πχ $(01011)^R = 11010$

Άσκηση: Να δείξω ότι για οποιεσδήποτε συμβολοσειρές x και y ισχύει: $(x \circ y) = y^R \circ x^R$

Ορισμός: Σε ενα αλφάβητο οποιοδήποτε υποσύνολο του Σ^* ονομάζεται γλώσσα του Σ.

Πχ Έστω ενα αλφάβητο $\Sigma = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

και $L_1 = \{23, 044, 9999\}$

$L_2 = \{\varepsilon, 1, 11, 111, \dots\} = 1^*$

$L_3 = \{$ ω: η δεκαδική αναπαράσταση του ω είναι πρώτος αριθμός$\}$

οπου L_1, L_2, L_3 αποτελούν γλώσσες του Σ.

"Πράξεις με Γλώσσες"

(α) Ορίζεται η ενωση $L_1 \cup L_2$

(β) Ορίζεται η τομή $L_1 \cap L_2$

(γ) Ορίζεται το συμπλήρωμα $\overline{L}$

Ορισμός: Συμπλήρωμα μιας γλώσσας L του αλφαβητου Σ και είναι η γλώσσα $\Sigma^* - L$

Συμβολίζεται με $\overline{L}$ από τις συμβολοσειρές Σ^* που αποτελειται εκτός από αυτές που ανήκουν στην L.

(δ) Ορίζεται η παράθεση $L_1 \circ L_2$

Αν L_1 και L_2 είναι δυο γλώσσες του αλφάβητου Σ Τοτε η παράθεση τους συμβολίζεται με $L_1 \circ L_2$ ή $L_1 L_2$

Πχ αν $L_1 = \{0, 1, 00\}$ και $L_2 = \{\varepsilon, 0, 0\}$

τοτε $L_1 \circ L_2 = \{0, 1, 00, 000, 100, 0000\}$

(ε) Ορίζεται η Kleene star (ή κλειστότητα) L^*.

Ορισμός: Η kleene Star L^* μιας γλώσσας L είναι η γλώσσα των συμβολοσειρών που προκύπτουν από παράθεση μηδεν ή περισσότερων συμβολοσειρών της L

Συμβολισμός: $L^* = \{\omega : \omega = \omega_1\omega_2 \dots \omega_n$ για $n \geq 0$ και $\omega_1, \dots, \omega_n \in L\}$

Πχ $L^* = \{\varepsilon, 0, 00, 11, 000, 011, 110, 0000, \dots\}$

! $\boxed{L^+ = LL^*}$